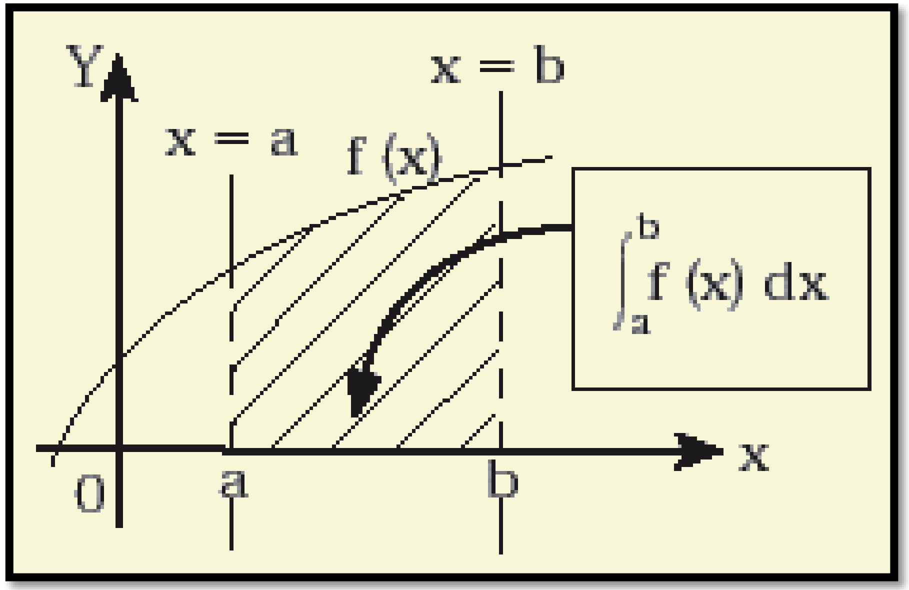
Integrales definidas

$$\int_a^b f\,(x)\,dx$$

La integral definida es un concepto utilizado para determinar el valor de las áreas limitadas por curvas y rectas. Dado el intervalo [a, b] en el que, para cada uno de sus puntos x, se define una función f (x) que es mayor o igual que 0 en [a, b], se llama integral definida de la función entre los puntos a y b al área de la porción del plano que está limitada por la función, el eje horizontal OX y las rectas verticales de ecuaciones x = a y x = b.



$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

23-03-2020.

Integrales definidas

Elementos de las integrales

$$\int_a^b f(x)\,dx$$

- $\int$: signo de integración
- a: límite inferior de la integración
- b: límite superior de la integración.
- f(x): función a integrar.
- dx: diferencial de x.

Propiedades

- Toda integral extendida a un intervalo de un solo punto, (a, a), es igual a cero. $\int_a^a f(x)\,dx = 0$
- Cuando la función es mayor que cero, su integral es positiva, si la función es menor que cero, su integral es negativa.
- La integral de una suma de funciones es igual a la suma de sus integrales tomadas por separado. $\int_a^b [f(x) + g(x)]\,dx = \int f(x)\,dx + \int g(x)\,dx$
- Al permutar los límites de una integral, ésta cambia de signo.

$$\int_a^b f(x)\,dx = -\int_b^a f(x)\,dx.$$

- Si "c" es un punto interno del intervalo (a, b), la integral definida se descompone como una suma de dos integrales extendidas a los intervalos (a, c) y (c, b). $\int_a^b f(x)\,dx = \int_a^c f(x)\,dx + \int_c^b f(x)\,dx$
- La integral del producto de una constante por una función es igual a la constante por la integral de la función.

$$\int_a^b k \cdot f(x)\,dx = k\int_a^b f(x)\,dx$$

Ejemplos: Integrales definidas

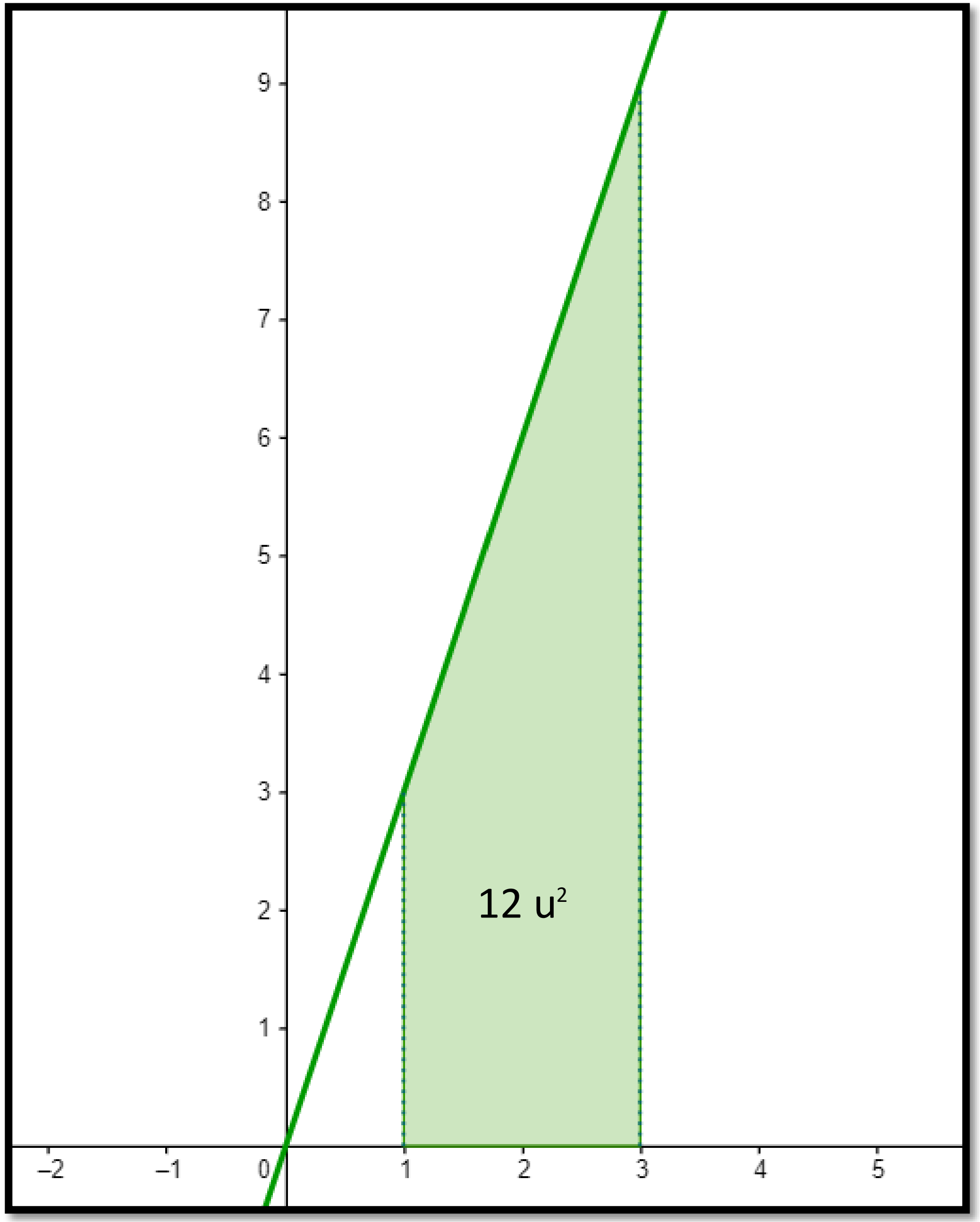
$$\int_1^3 3x\,dx \longrightarrow \boxed{\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c} \longrightarrow \boxed{3 \cdot \frac{x^{1+1}}{1+1} : \left[\frac{3x^2}{2}\right]_1^3} \longrightarrow \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Formula

$$\left[(3)\left(\frac{3^2}{2}\right)\right] - \left[(3)\left(\frac{1^2}{2}\right)\right] \longrightarrow \left[(3)\left(\frac{9}{2}\right)\right] - \left[(3)\left(\frac{1}{2}\right)\right] \longrightarrow \left(\frac{27}{2}\right) - \left(\frac{3}{2}\right) \longrightarrow \boxed{\frac{24}{2} = 12}$$

3x

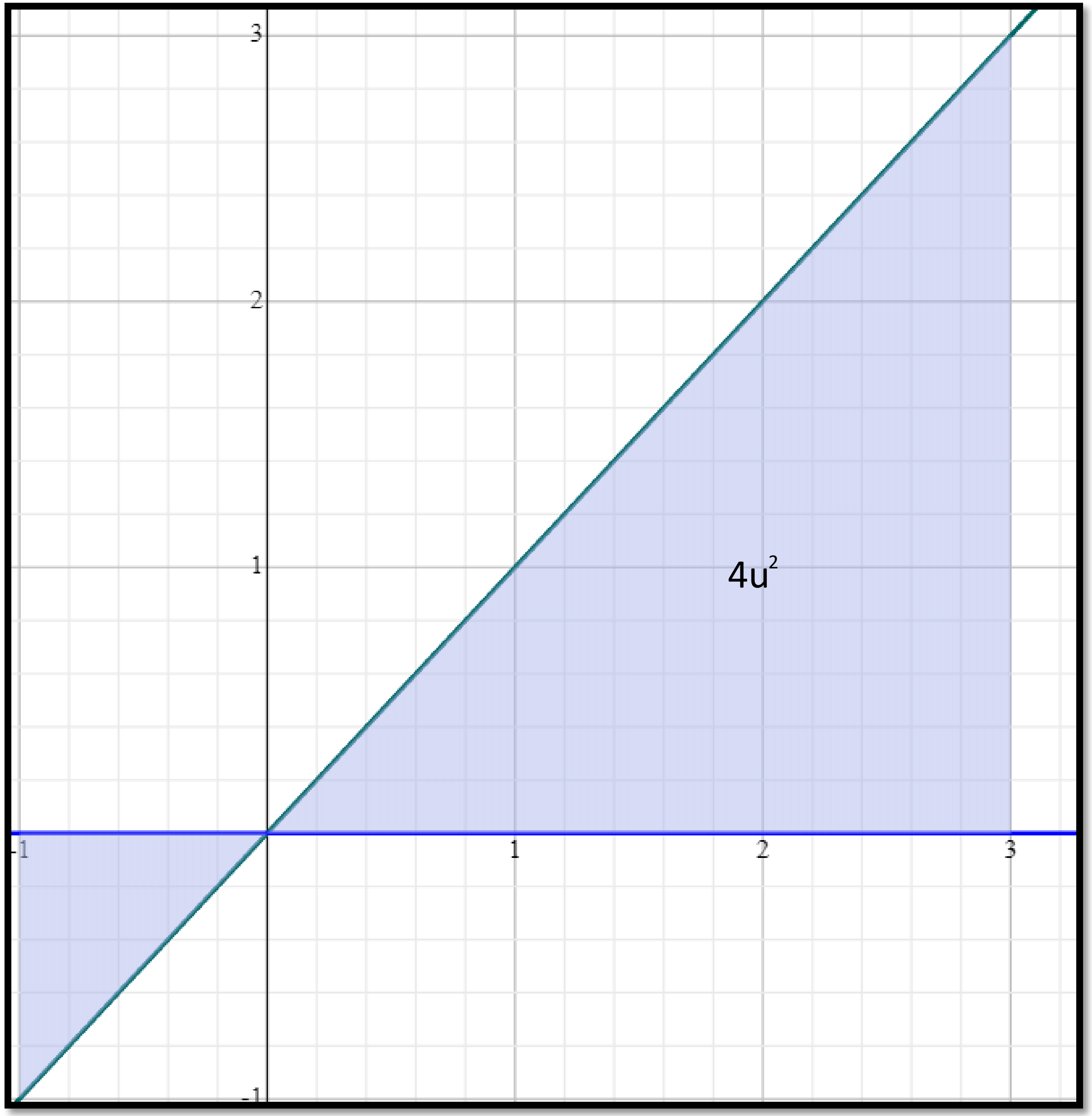
X	Y
0	0
1	3
2	6
3	9
4	12



Ejemplos: Integrales definidas

$$\int_{-1}^{3} x\,dx \longrightarrow \boxed{= \left[\frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{3}}$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \longrightarrow \left[\frac{(3^2)}{2} - \frac{(-1^2)}{2}\right] \longrightarrow \left[\frac{(9)}{2} - \frac{(1)}{2}\right] \longrightarrow \boxed{\frac{(8)}{2} = 4}$$



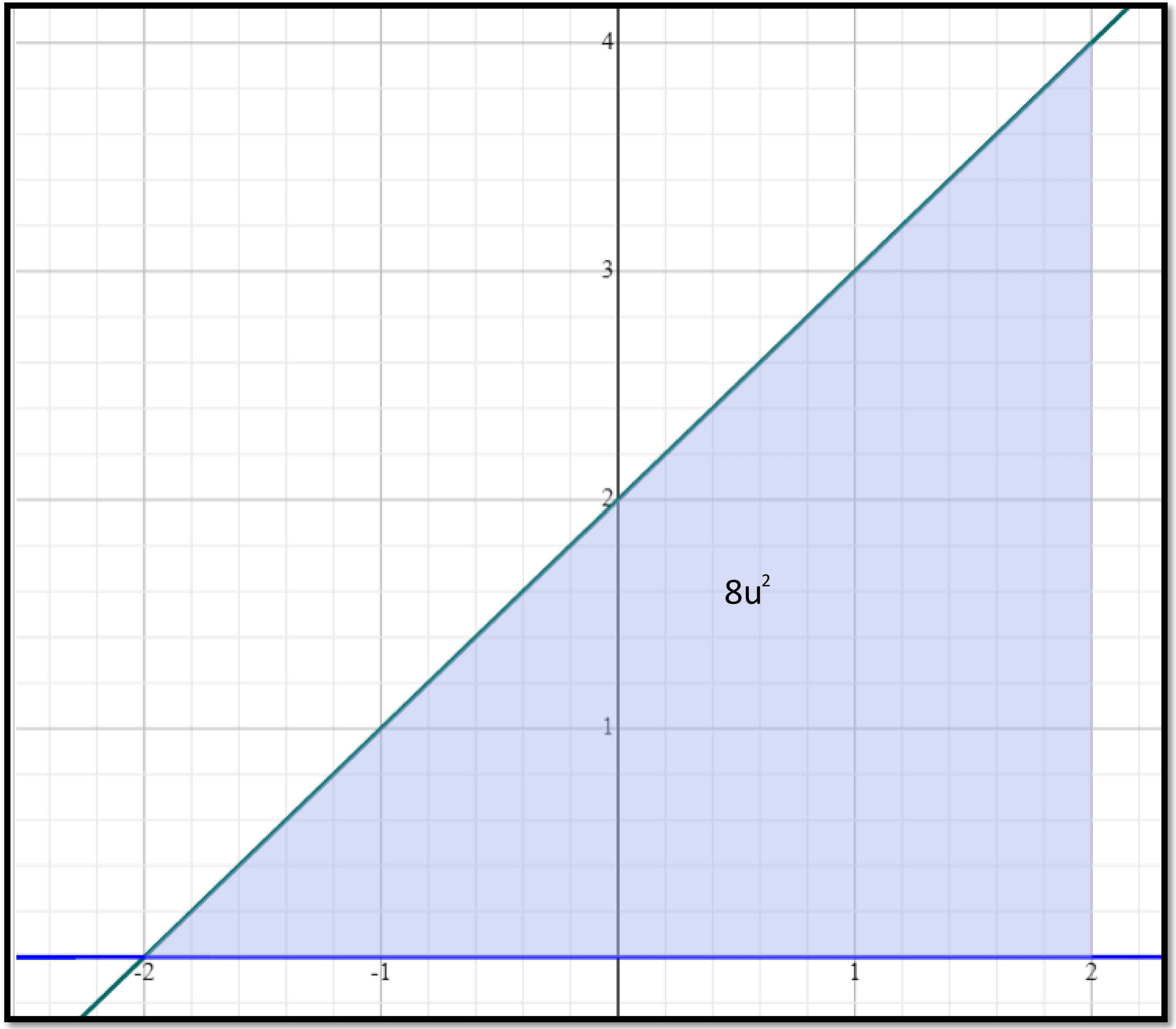
3
2
1
-1
1
2
3
-1
4u²

Ejemplos: Integrales definidas

$$\int_{-2}^{2} \frac{(x^2+5x+6)}{(x+3)}\,dx \longrightarrow \int_{-2}^{2} \frac{\cancel{(x+3)}(x+2)}{\cancel{(x+3)}} \longrightarrow \int_{-2}^{2} (x+2)\,dx \longrightarrow \boxed{\left[\frac{x^2}{2} - 2x\right]_{-2}^{2}}$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \longrightarrow \left[\frac{(2)^2}{2} + 2(2)\right] - \left[\frac{(-2)^2}{2} + 2(-2)\right] \longrightarrow \left[\frac{4}{2} + 4\right] - \left[\frac{4}{2} - 4\right]$$

$$\longrightarrow 6 - (-2) = 6 + 2 = \boxed{8}$$

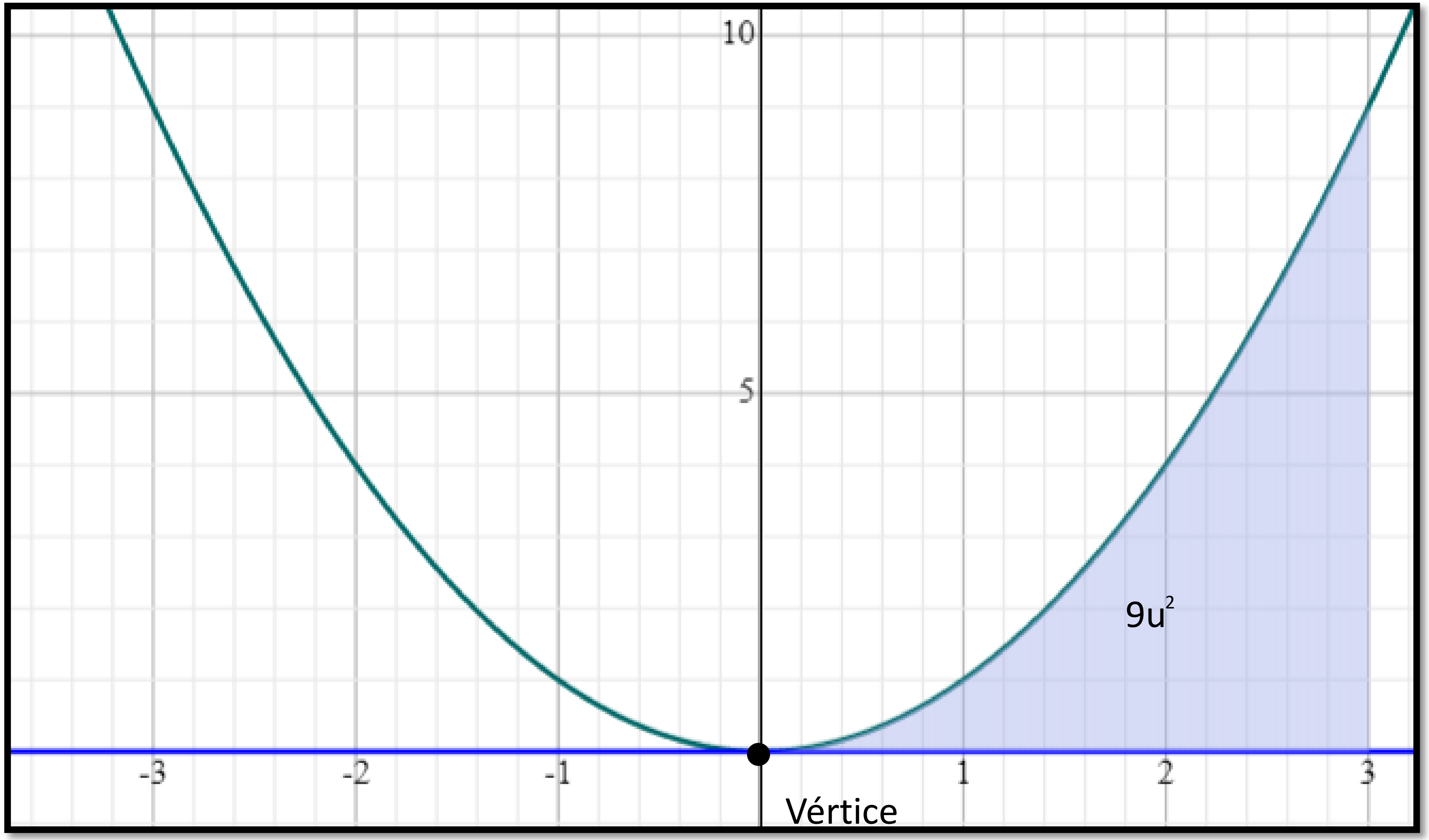


4
3
2
1
-2
-1
1
2
8u²

Ejemplos: Integrales definidas

$$\int_0^3 x^2 dx \longrightarrow \boxed{= \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3}$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \longrightarrow \left[\frac{(3)^3}{3} - \frac{(0)^3}{3}\right] = \left[\frac{27}{3} - 0\right] = \boxed{9u^2}$$



Nota: Como mi variable no tiene ninguna afectación, entonces el vértice parte del origen y solo faltaría asignar dos valores a X para graficar.

Ejemplos: Integrales definidas

$$\int_{-2}^{2} \left(x^2 - x + 6\right)dx \longrightarrow \boxed{\left[\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 6x\right]_{-2}^{2}}$$

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \longrightarrow \left[\frac{(2)^3}{3} - \frac{(2)^2}{2} + 6(2)\right] - \left[\frac{(-2)^3}{3} - \frac{(-2)^2}{2} + 6(-2)\right]$$

$$\longrightarrow \left[\frac{8}{3} - \frac{4}{2} + 12\right] - \left[\frac{-8}{3} - \frac{4}{2} - 12\right] \longrightarrow \left[\frac{16}{6} - \frac{12}{6} + \frac{72}{6}\right] - \left[\frac{-16}{6} - \frac{12}{6} - \frac{72}{6}\right]$$

$$\longrightarrow \left[\frac{76}{6}\right] - \left[-\frac{100}{6}\right] = \frac{176}{6} = \boxed{\frac{88}{3} = 29.33u^2}$$

Ejercicios: Integrales definidas

$$\int_{-2}^{1} \frac{(16x+8)}{4}\, dx$$

$$\int_{0}^{2} \frac{(4 + 2x)}{2} dx$$

$$\int_{0}^{1} (2x-3) dx$$

$$\int_{-4}^{-1} (x^2 + 5x + 6) dx$$